

Minimalizace logické funkce

Booleovy zákony část 2.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Číslo projektu	
Autor	Ing. Petr Široký
Název školy	Integrovaná střední škola technická, Benešov
Předmět	Číslicová technika
Tématický okruh	Minimalizace logické funkce
Téma	Booleovy zákony část 2.
Ročník	2.
Datum výroby	1.4.2013
Anotace	Tento DUM slouží k výuce žáků v oblasti číslicové techniky a minimalizace logických funkcí

Booleovy zákony část 2.

Pro dokázání distributivního zákona $(A+B) \cdot (A+C)$ využijeme znalosti předchozích zákonů.

Nejprve závorku klasicky roznásobíme:

$$A \cdot A + A \cdot C + A \cdot B + B \cdot C$$

Už víme, že $A \cdot A = A$. Dále pak vytkneme A před závorku:

$$A \cdot (1 + C + B) + BC$$

Výraz v závorce je díky agresivitě jedničky roven jedné.

Celá úprava pak tedy vypadá následovně:

$$(A+B) \cdot (A+C) = \underbrace{A \cdot A}_{A} + A \cdot C + A \cdot B + B \cdot C = A \cdot \underbrace{(1 + C + B)}_1 + BC = A + BC$$

Booleovy zákony část 2.

Zákon komplementarity říká, že při sčítání určité hodnoty a její negace je výsledkem vždy logická jedna.

$$A + \bar{A} = 1$$

Při násobení určité hodnoty s její vlastní negací je výsledkem vždy logická nula.

Příklad: pokud $A = 1$, pak:

$$1 \cdot 0 = 0 \qquad 1 + 0 = 1$$

pokud $A = 0$, pak:

$$0 \cdot 1 = 0 \qquad 0 + 1 = 1$$

AND

B	A	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

OR

B	A	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Booleovy zákony část 2.

De Morganův zákon říká, že pokud změníme operátor z násobení na sčítání či opačně a zároveň nad tímto znaménkem rozdělíme či spojíme negaci, výsledný výraz se nezmění.

Pokud není negace k dispozici, lze využít zákona dvojité negace, tedy pokud se nad celý výraz vloží dvě negace, výsledek se nezmění.

$$A + B = \overline{\overline{A + B}} = \overline{\overline{A} \cdot \overline{B}}$$

Dvojité negace

Změna negace

Změna znaménka

Booleovy zákony část 2.

Zákon absorpce negace je posledním velmi důležitým zákonem.

Pro jeho dokázání je potřeba uplatnit znalost předchozích zákonů.

$$\begin{aligned} A + \bar{A}B &= \overline{\overline{A + \bar{A}B}} = \overline{\bar{A} \cdot (\bar{\bar{A}} + \bar{B})} = \\ &= \underbrace{\overline{\bar{A} \cdot A}}_0 + \underbrace{\overline{\bar{A} \cdot \bar{B}}}_{\text{De Morganův zákon}} = \bar{\bar{A}} + B = A + B \end{aligned}$$

Dvojité negace

$\bar{\bar{A}} = A$

De Morganův zákon

Booleovy zákony část 2.

Zákon:	Tvar součtový	Tvar součinnový
Komutativní	$A + B = B + A$	$A \cdot B = B \cdot A$
Asociativní	$A + (B + C) = (A + B) + C$	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$
Distributivní	$(A + B) \cdot (A + C) = A + BC$	$AB + AC = A(B + C)$
Komplementarita	$A + \bar{A} = 1$	$A \cdot \bar{A} = 0$
Agresivita 0 a 1	$A + 1 = 1$	$A \cdot 0 = 0$
Neutrálnost 0 a 1	$A + 0 = A$	$A \cdot 1 = A$
Absorpce	$A + A = A$ $A + AB = A$	$A \cdot A = A$ $A \cdot (A + B) = A$
Absorpce negace	$A + \bar{A}B = A + B$ $\bar{A} + AB = \bar{A} + B$	$A \cdot (\bar{A} + B) = AB$ $\bar{A} \cdot (A + B) = \bar{A}B$
Dvojitá negace	$\bar{\bar{A}} = A$	
De Morganovi	$\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$	$\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$

Děkuji za pozornost

Použitá literatura:

- Antošová M., Davídek V. ČÍSLICOVÁ TECHNIKA, Kopp České Budějovice 2006, 286 s. ISBN 80-7232-207-9